Polar Instruments参考技術資料 プリント基板トラック・インピーダンスの計算

目 次

はじめに	•••	1
代数方程式	••	1
数値原理		2
数値結果		3
実用的結果	••••	4
まとめ	••••	5
おわりに		5

Polar Instruments Ltd

(株)海外商品計画研究所

はじめに

高速回路の使用にはPCBトラックが制御(特性、差動) インピーダンスを含めて設計される必要があります。ワー デル(Wadell)はこれらのインピーダンスを評価する方程 式の中で最も包括的な出版物の一つです。これにはストリ ップライン、サーフェイス・マイクロストリップや多様なコープ レナー等、多くの構成があります。

IPCの発行する IPC-2141^[2]はもう一つの方程式の出版 物ですが、比較的狭い(IPC-D-317A に示されているもの に類似した)構成範囲を持っています。

しかし、これらの発行物の中で幾つかの構成の方程式 には違いがあります。著者はそれらの方程式の根源を調 べ、PC用に使用する計算法をアップデートすることが適切 であると考えます。まず、例として図1のサーフェイス・マ イクロストリップを参照ください。



IPC-2141^[2]では特性インピーダンスを

と示し、ワーデル^[1]は以下の様に示します。

$$Z_0 = \frac{\eta_0}{2.0\sqrt{2.0}\pi(\varepsilon_r + 1)^{\frac{1}{2}}} \ln\left[1.0 + \frac{4.0h}{w'}(A+B)^{\frac{1}{2}}\right] \quad \vec{\pi}(2)$$

$$A = \frac{14.0 + 8.0/\varepsilon_r}{11.0} \times \frac{4.0h}{w'}$$
 $\vec{x}(3a)$

$$w' = w + \Delta w'$$
 $\exists c)$

パラメーターw'は矩形側面(幅wと厚みt)での厚みがゼロのトラックの幅と同等とされます。ワーデルにおいては増加する Δ w値を求めるための追加式が与えられます。 式(2)のパラメーター η 。は自由空間(又は真空)、376.7 Ω (\approx 120 π)でのインピーダンス値です。仕様上確度は ε , w のどちらの値とも2%とします。

表1は^{1/32} インチの絶縁体上に1oz の銅トラックが構成 されているポピュラーなサーフェイス・マイクロストリップに 式(1)と(2)を使用した結果を表しています。

図1- 方程式の計算結果

幅		式 (1)		式 (2)	
<i>w</i> (µm)	数値解法 <i>Z₀</i> (Ω)	$Z_0(\Omega)$	% Error	$Z_0(\Omega)$	% Error
3300	30.09	21.08	-29.94	29.89	-0.66
1500	50.63	49.46	-2.31	50.50	-0.26
450	89.63	91.79	+2.41	89.89	+0.29

 $t = 35\mu m, h = 794\mu m, \varepsilon_r = 4.2$ (誤差計算は数値解法が正確であるものと仮定します: 数値結果参照)

表1では式(2)の確度は仕様内に収まっています。式 (1)の確度は様々ですが、この式は簡易さの面で有利で あり、幅 wと厚み tが変わるごとに Z₀値の一般的変化を説 明するには使い易くできています。

表1で示されるように、この例は出版されている式の一 般的な問題「複雑式は通常、より正確であること」を強調し ています。どの式が正確かという範囲は、通常有限なパラ メーターの範囲に制限されます。(例、w/h、t/h、ε,)

式(2)は複雑ですがプログラム機能付計算機又はコンピ ュータースプレッドシートを使用し評価することができます。 しかし、差動インピーダンスを求める上で、2対のトラック が使用される時複雑さが非常に増します。2対のサーフェ イス・マイクロストリップには、ワーデル^[1]の場合インピーダ ンスの評価に7ページ程の計算式を要します。

現在では計算機やスプレッドシートを使用してのインピ ーダンス評価はかなりの大仕事になってしまっています。

代数方程式

シングル・トラック

図2のような厚みゼロの相対象中央トラックのストリップ ラインにおいて、コーン(Cohn)^[3]は正確な特性インピーダ ンスの値として以下を示しています。

$$Z_{0} = \frac{\eta_{0}}{4.0\sqrt{E_{r}}} \frac{K(k)}{K(k')}$$
 $\vec{x}^{(4)}$

Kは第 1 種完全楕円積分関数です。楕円積分関数の 比率の評価用方程式(確度 10⁻¹²)はヒルバーグ(Hilberg) ^[5]によって与えられ、ワーデル^[1]にも引用されています。



厚みがゼロでない時、近似^[1]での修正が必要です。これらの修正は理論的近似や基礎的電磁界方程式に基づく数字式の結果の曲線のあてはめから得られます。

トラックが中央からオフセットの場合、発行されている方 程式はより複雑になり、与えられた確度に対し、正当度の 範囲が狭まります。

最終的に断面が台形^[1]になるように、トラックの差動エッ チングの影響を含む為の試みもなされています。

式(4)のような閉形方程式は、表面上マイクロストリップ、 又は、埋め込まれたマイクロストリップ(どのトラックの厚み においても)用にはありません。よって、インピーダンス計 算に使用されるどの方程式も表1に示されているように近 似になります。

結合コープレナー・トラック 図3では2本の結合コープラナー中央ストリップライン・ト ラックを示しています。



全ての結合構成用のインピーダンス方程式は偶数モード(Even-mode・Z₀₀)と奇数モード(Odd-mode・Z₀₀)の双方に 関係しています。これらのインピーダンスはトラックとグラ ウンド面の間で測定されます。Z₀₀はトラックAと B がグラ ウンド面に対し共に+V であるときに起き、Z₀はトラックAが +Vでトラック B が-V の時に起きます。差動信号はAB間 に加えられ、奇数モード構成のようにトラック間に電圧が生 じます。この信号に現れるインピーダンスが差動インピー ダンスです。

全ての出版された方程式[1]は Z₀o を算出します。 差 動インピーダンスは式(6)を使用し得られなければなりま せん。

図2のような厚みゼロの構成において、コーン^[3]は正確 な表現をしています。

$$Z_{0o} = \frac{\eta_0}{4.0\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{K(k_0)}{K(k_0)}$$
 $\vec{x}(7)$

$$k'_{0} = \tanh\left[\frac{\pi w}{2.0h}\right] \coth\left[\frac{\pi(w+s)}{2.0h}\right] \qquad \vec{\pi}(8b)$$

前述のようにKは第1種楕円積分関数であり、コープレ ナー結合トラック用の閉形方程式はありません。

トラック厚の影響

トラックの厚みがゼロでない時、式(4)や(7)に類似した 代数方程式を得る為に近似が行われなければなりません。 その代わりとして、膨大な数値計算のカーブ・フィッティン グに基づく方程式が使われます。

しかし、式(1)から示されるように厚みが増すに従いインピーダンスは低下します。

数値原理

均一な伝送システム^[1,6]のパルスの *Z*₀は以下のように示されます。

L、Cはラインの単位長毎のインダクタンスとキャパシタン スです。

電(磁)界が均一層内にあるストリップラインの誘電定数 Erの方程式(9)は以下のようになります。(Cは真空(又は 自由空間)での光速度)

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{cC}$$
 $\vec{x}(10)$

伝送路上のパルス速度は以下の速度で進みます。

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$
 $\vec{\mathfrak{X}}(11)$

電(磁)界が空間と基板にあるマイクロストリップでは、以下 のようになります。

$$Z_0 = \frac{1}{c\sqrt{CC_{air}}}$$
 $\vec{\mathbf{x}}(12)$

Cair が基板を除く同じトラック構成の容量である場合、実効誘電定数は以下のようになります。

$$\varepsilon_{eff} = \frac{C}{C_{air}}$$
 $\vec{x}(13)$

インピーダンスを求める為には容量が算出されなけれ ばなりません。以下の式のように、これはトラックに電圧 を与えて、単位長 Q にて全電荷を計算することによってで きます。

$$C = \frac{Q}{V} \quad \vec{x}(14)$$

しかしトラックの表面電荷は均一ではなく、実際のところ トラック・コーナーではとても高いので、全電荷を求めるの は難しいのです。

静電学の原理から、電荷は電荷からの距離rにおいて 電圧を作ることが知られているので、電荷分布ρ(クーロ ン/トラックの単位幅)で電圧が求められます。(δι 支、Gは単位電荷による電圧で、トラック断面の周辺長が 積分される際)

$$V = \int G\rho \delta l \qquad \qquad \vec{\mathbf{x}}(15)$$

これはグリーン関数としても知られています。 Gの値は 構成(又は環境)に依存します。 例えば、導体なしの 2 次 元誘電空間での点電荷は以下となり

よって
$$G = -\frac{\ln(r)}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}$$
 式(16b)

となります。

式(15)にて、電圧Vと特定のトラックと基板の構成上Gは 分っていますが、電荷 ρ は分っていません。よって、式 (15)はモーメント法(MoM)^[7]により数学的に解決される積 分方程式となります。

モーメント法で進める為に、トラックの断面周囲はそれぞ れの端部の節で短い丈に分割されます。 電荷はそれぞ れの節に割り当てられます。 それぞれの節の電圧は全て の節の電荷と節間の見積り電荷の変化から計算されます。 これで、(ρ が節点電荷のベクトル、Vが節点電圧のベクト ルでの)行列方程式に代表される同時処理方程式の集合 を導きます。

$$A ρ = V$$
 式(17)

Aはグリーン関数が関与する積分から計算される要素を 持つ正方行列です。行列のサイズは節の数に依存します。 式(17)は与えられた節点電圧Vから節点電荷 ρ を計算す ることができます。 Vの要素は通常+1又は-1で、構成 に依存しています。

総合電荷は節点電荷の適切な和により得られます。

この一般的なアプローチはさまざまなインピーダンスを 評価するため殆どの著者により使用されています。 殆ど の計算法は、主要な計算機がメイン・フレーム・コンピュー ターであった15~20年前に出版されています。 その結 果、当時は小型計算機で使用できる方程式の需要があり ました。

現在、著者らは基本の数学的アプローチを再調査し、デ スクトップPCで容易に制御インピーダンスの計算ができる ソフトウェア(CITS25)を開発しました。そのソフトは非常に 素早く稼動し、文献ではうまく表せなかった構成(以下参 照)の計算までできるよう拡張されています。

- オフセット結合ストリップライン
- ブロードサイド結合ストリップライン
- エンベデッド結合マイクロストリップ

厚みを持つトラックは通常トラックの差動エッチングを見 込んで台形断面を持つと考えられています。

数値結果

この項では、より詳しい数学的手法、及び、その結果と 正確な方程式(4)、(7)との比較を説明します。

全ての例にて、グラウンド面の電荷イメージが使われ、 その構成のグリーン関数が得られます。これらのイメージ には限りない数があります。ストリップラインの場合、イメ ージの和はサディーク(Sadiku)^[9]によって与えられた結 果に収束します。シルベスター(Silvestar)^[10,11]はサーフ ェイス・マイクロストリップのイメージ法を、そして今、著者に よりエンベデッド・マイクロストリップのイメージ法が開発さ れました。全ての例において、イメージの概要は収束しま すが、結果は数学的に得られなければなりません。

節間の要素への電荷の分配は線状と仮定されています。 数学的特異(Singularity)は電荷節 *j* が電圧節 *i* と一致する とき起きます。 サディーク^[9]はこれをどう解決するか指示し ています。 要素Aij の評価は有限要素の手法^[12,13]と同じ 方法で、数学的及び解析的積分から成ります。

電荷の大終結がある角部の数学的不精確をさける為に、 角部の要素の丈は非常に小さくされます。他の要素や節 は小林氏^[14]の記述した手法によって分配されます。これ は同じ小さな要素が使われる時、広幅ストリップは狭幅ス トリップよりも多くの節を必要とするという意味です。



図 4 – 具なる比較幅でのインピーダンス (誘電率 Er =4.2)

この表示の結果は編集されたCープログラムを使用し 233MHz で稼動する Intel Pentium Pro内蔵のPCで行われ たものです。

シングル・トラック・ストリップライン

図4は図2のストリップラインのトラック幅とインピーダン スの変化を表しています。

図5は式(4)で与えられた正確な値と比較された数値計 算との誤差(%)です。2本の曲線は異なる角部の小要素 を示しています。(例:トラックの端部) 更に図5では、精度は約4×10進以上の幅/丈の比率で 得られることを示しています。全ての値においてコンピュ ーターの処理時間は0.5秒未満でした。



図 5 - 基板材料 Er=4.2

図6は図3のストリップラインの奇数モードでのインピー ダンスの変化を表しています。





結合コープレナー・ストリップライン

図7は最小の要素として 10⁻³を使い、式(7)に与えられた 正確な値と比較された数値計算との誤差(%)を表してい ます。最大処理時間は 0.5 秒未満です。最大誤差は最 小要素を減少させることで減らせます。6.0X10⁻²%の最大 誤差では、処理時間は 5.1 秒必要です。



図7-誤差(%) Er=4.2

図7で表された結果は、sによって分けられた鋭い角部 の為、数学的手法にとって非常に厳しいテストを提供して います。奇数モードでの構成にて、トラックは反極性なの で、この影響はより過大されます。この数値確認は有限 要素ソフトを使っての丸みを帯びたトラックの対(例、平衡 伝送配線)において、ボガティン(Bogatin)^[15]及びその他 の著者による結果より良質のものと考慮されています。こ の後半において角部での特異点はありません。リー(Li)、 藤井両氏^[16]は、ストリップラインとマイクロストリップに関し て(MoMの関連している)境界要素解析は有限要素解析 よりも正確であると述べています。

サーフェイス・マイクロストリップ

前記のように閉形代数方程式はありません。しかし、この論文の前項では、ソフトウェアは特に実用目的用に正確に製作されると述べられています。表1は図1の構成の計算を示しています。グリーン関数は和が関与し、2つの容量CとCairが必要なので、処理時間はストリップラインのものよりも長くなります。3300 µ mの幅で最長時間は 4.5 秒未満でした。

表面上結合マイクロストリップでは、3300 µ mの2本の 厚みを持つトラックでは 5.1 秒の処理時間が必要になりま す。分離は時間に影響を及ぼしません。

実用的結果

フィールド・ソルビング境界要素解析の実用度を確認するために、著者はサンプル・セットの製造を依頼しました。 1998年の6ヶ月間で、1500種類のプリント配線版が製造されました。

サンプルは表面上、及び、埋め込まれた構造にて、スト リップライン、マイクロストリップ差動構成からなります。2 種類の連結構造(エッジ連結、ボードサイド連結)も含まれ ています。1/2、1、2oz の塩基銅を使い1~4トラック幅の 差動分離で、トラックの寸法の範囲は幅 75 μm~1000 μ mです。結果として得られた差動インピーダンスの範囲は 80~100 Ω でした。

テスト・サンプルは英国内のPCBメーカー3社^[17]に製造 していただき、Polar社にてCITS500s測定器のTDR機 能を使用しそれらの差動インピーダンスの電気的測定を 行いました。

電気的測定後、サンプルは実際の物理的メカニカル寸 法を決定するマイクロセクション解析の為にメーカーに返さ れました。



図8 - ストリップラインの予測値と測定値の差違の分布



図9 - 埋め込まれたマイクロストリップの予測値と 測定値の差違の分布

計算されるインピーダンスはメカニカルマイクロセクショ ンと得られたFR-4材質の比較上誘電率Erの値から予測 されました。結果^[18]は分析され電気的測定や理論的計 算された結果の比較は図8と図9に表されています。

ディスカッション

この電気的測定の精度は、1~2%の範囲で評価され ます。これは測定器とテストサンプルとのインピーダンス 値と内部接続の質に依存します。テストサンプルは電気 的に平衡になるよう設計されましたが、製造工程は完全 平衡なトレースを製造することはできません。

微小断面寸法は1%の見積り精度がありますが、モデル は相対的と仮定し、1%程とみられる更に小さな平均誤差 を導きます。よって実用結果の総合不確実性は3~4%と 予測されます。図8と図9は0.5%以下の平均偏差と2%以 下の標準偏差を表しています。

これらの実用的な結果として、測定された電気的結果と 数計算された結果の誤差は、この測定方法の予測不確定 度範囲内に納まることを明らかに表しています。

おわりに

著者は、初期の制御インピーダンス計算の方法は今や パソコンを使用してできることを示しました。その確度は 出版された代数の方程式と同等もしくはそれ以上です。 処理時間は10秒以下でこれは殆どのケースにおいて受け 入れられる速さです。

更に、構成数は拡張でき、同種の断面プロファイル等は 容易に取り入れられるでしょう。

参考文献

- [1] Wadell, Brian C Transmission Line Design Handbook Artech House 1991
- [2] IPC-2141 Controlled Impedance Circuit Boards and High-Speed Logic Design, April 1996
- [3] Cohn, Seymour B. Characteristic Impedance of the Shielded-Strip Transmission Line IRE Trans MTT-2 July 1954 pp52-57
- [4] Abramowitz, Milton and Irene A Stegun Handbook of Mathematical Functions, Dover, New York 1965
- [5] Hilberg, Wolfgang From Approximations to Exact Relations for Characteristic Impedances.
 IEE Trans MTT-17 No 5 May 1969 pp259-265
- [6] Hart, Bryan Digital Signal Transmission
 Pub: Chapman and Hall 1988
- [7] Harrington, Roger F Field Computation by Moment Methods. Pub: MacMillan 1968
- [8] CITS25 Differential Controlled Impedance Calculator Polar Instruments Ltd, http://www.polar.co.uk, 1998
- [9] Sadiku, Matthew N O Numerical Techniques in Electromagnetics, Pub: CRC Press 1992
- [10] Silvester P P Microwave Properties of Microstrip Transmission Lines. IEE Proc vol 115 No 1 January 1969 pp43-48
- [11] Silvester P P & Ferrari R L Finite Element for Electrical Engineers Pub, Cambridge university Press 1983
- [12] Brebbia, C A The Boundary Element Method for Engineers, Pub: Pentech Press 1980
- [13] Paris, Federico and Canas, Jose Boundary Element Method : Fundamentals and Applications Pub: Oxford University Press 1997
- [14] Kobayashi, Masanori Analysis of the Microstrip and the Electro-Optic Light Modulator
- IEEE Trans MTT-26 No 2 February 1979 pp119-127 [15] Bogatin, Eric; Justice, Mike; DeRego, Todd and
- Zimmer, Steve Field Solvers and PCB Stack-up Analysis: Comparing Measurements and Modelling IPC Printed Circuit Expo 1998 paper 505-3
- [16] Li, Keren and Fujii, Yoichi Indirect Boundary Element Method Applied to Generalised Microstrip Analysis with Applications to Side–Proximity Effect in MMICs IEE Trans MTT-40 No 2 February 1992 pp237–244
- [17] The authors wish to acknowledge the assistance of Kemitron Technologies plc, Stevenage Circuits Ltd and Zlin Electronics Ltd.
- [18] Surface microstrip results were yet to be completed at the submission date for this paper.
- 著者: Andrew J Burkhardt, Christopher S Gregg, and J Alan Staniforth

日本語訳: (株)海外商品計画研究所 阪 理